

تمرین سری ششم

تمرین ۱

y' ، y'' و y''' را برای تابع‌های زیر محاسبه کنید:

$$(آ) \quad y = x^2 - \frac{1}{x}$$

$$(ب) \quad y = (x^2 + 3)\sqrt{x}$$

$$(ج) \quad y = \cos(x^2)$$

تمرین ۲

برای توابع زیر، فرمول مشتق مرتبه‌ی n ام را بدست آورید:

$$(آ) \quad f(x) = \sqrt{1-3x}$$

$$(ب) \quad f(x) = \frac{1}{a+bx}$$

$$(ج) \quad f(x) = x \cos x$$

تمرین ۳

برای توابع f و g که به اندازه کافی مشتق‌پذیر هستند، فرمولی برای مشتق مرتبه‌ی n ام تابع fg ($(fg)^{(n)}$) ارائه کنید. سپس با استقرای ریاضی فرمول خود را اثبات کنید.

تمرین ۴

نرخ تغییر حجم یک کره نسبت به شعاعش زمانی که شعاع آن ۲ متر است را محاسبه کنید.

تمرین ۵

برای هر $x \in (0, \pi/2)$ نشان دهید که $\tan x > x$.

تمرین سری ششم

تمرین ۶

برای هر کدام از توابع زیر، ناحیه‌هایی که در آن‌ها تابع یکنوا (صعودی یا نزولی) است را مشخص کنید:

$$y = x^3 + 6x^2 \quad (\text{آ})$$

$$y = x + 2 \sin x \quad (\text{ب})$$

$$y = \frac{1}{x^2+1} \quad (\text{ج})$$

تمرین ۷

تابع f را چنان در نظر بگیرید که $f^{(n)}$ روی بازه‌ی I تعریف شده باشد. نشان دهید که اگر f در $n + 1$ نقطه‌ی متمایز از بازه‌ی I صفر شود، آن‌گاه $f^{(n)}$ در نقطه‌ای از بازه‌ی I صفر می‌شود.

تمرین ۸

نشان دهید که بیضی $x^2 + 2y^2 = 2$ بر هذلولی $x^2 - 2y^2 = 1$ عمود است.

تمرین ۹

برای تابع $x = y^3 - y^2 + x^3$ ، y'' را بدست آورید.

تمرین ۱۰

برای تابع $f(x) = x\sqrt{3+x^2}$ ، حاصل $(f^{-1})'(-2)$ را محاسبه کنید.

تمرین ۱۱

نشان دهید تابع $f(x) = \frac{4x^2}{x^2+1}$ وارون پذیر، $(f^{-1})'(2)$ را محاسبه کنید.