

## تمرین سری سوم

## تمرین ۱

حاصل سری‌های زیر را محاسبه کنید.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+2^n}{3^{n+2}} \quad \text{آ}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} \quad \text{ب}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)} \quad \text{ج}$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots \quad \text{د}$$

## تمرین ۲

استدلال کنید که چرا سری‌های زیر واگرا هستند.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n-2}} \quad \text{آ}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+2} \quad \text{ب}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{-1/2} \quad \text{ج}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \quad \text{د}$$

## تمرین ۳

با انجام آزمون مناسب، مشخص کنید کدامیک از سری‌های زیر همگرا و کدامیک واگرا هستند.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2+n+1} \quad \text{آ}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \sin \frac{1}{n^2} \right| \quad \text{ب}$$

تمرین سری سوم

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n^{2/3}}{2+n^{5/3}} \quad (\text{ج}) \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n (\ln \ln n)^2} \quad (\text{د}) \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n (n+1)} \quad (\text{ه}) \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n!}{(1+n)!} \quad (\text{و}) \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n - n^2} \quad (\text{ز}) \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{\pi^n n!} \quad (\text{ح}) \end{aligned}$$

تمرین ۴

با استفاده از آزمون ریشه ثابت کنید که سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$  همگراست.

تمرین ۵

مشخص کنید که کدامیک از سریهای زیر همگرای مطلق، کدامیک همگرای مشروط و کدامیک واگرا هستند.

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}} \quad (\text{آ}) \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n^2 - 1)}{n^2 + 1} \quad (\text{ب}) \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \circ \cos(n\pi)}{2n+3} \quad (\text{ج}) \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi/2)}{n} \quad (\text{د}) \end{aligned}$$

تمرین ۶

حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید.

$$\begin{aligned} & \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h+4h^2}{h^2-h^2} \quad (\text{آ}) \\ & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4-4x+x^2}}{x-2} \quad (\text{ب}) \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|3x-1|-|3x+1|}{x} \quad (\text{ج}) \\ & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{\sqrt{3x^2+x+1}} \quad (\text{د}) \\ & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x\sqrt{x+1}(1-\sqrt{2x+3})}{\sqrt{-6x+4x^2}} \quad (\text{ه}) \end{aligned}$$

تمرین سری سوم

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x}) \quad \text{و}$$

**تمرین ۷**

برای  $x > 0$  دلخواه و برای تابع  $f(x) = 1/\sqrt{x}$  حاصل حد

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

را محاسبه کنید.

**تمرین ۸**

مشخص کنید که کدامیک از حدهای یکطرفه زیر موجودند و در صورت وجود مقدار آنها را محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x^2 - x^4} \quad \text{آ}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{|x + 2|} \quad \text{ب}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{|x + 2|} \quad \text{ج}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{5}{\delta})^+} \frac{2x + 5}{5x + 2} \quad \text{د}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \quad \text{ه}$$

**تمرین ۹**

اگر بدانیم  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = -2$  آنگاه حاصل حدهای  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  را محاسبه کنید

**تمرین ۱۰**

برای هر عدد صحیح نامنفی  $r$ ، وجود حد  $\lim_{x \rightarrow 0} x^r \sin \frac{1}{x}$  را مشخص کنید و در صورت وجود مقدار آنرا مشخص کنید.