



دانشکده علوم ریاضی  
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا  
ریاضی مهندسی

تمرین سری یازدهم- پاییز ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱. انتگرال‌های زیر را حساب کنید:

الف)  $\int_{|z|=2} \frac{\cosh z}{z^4} dz$

ب)  $\int_{|z|=2} z^n (1-z)^m dz \quad (n, m \in \mathbb{Z})$

۲. انتگرال‌های زیر را حساب کنید:

الف)  $\int_{|z|=2} \frac{z+1}{z^3-z} dz$

ب)  $\int_{|z|=1} (z^3 + 2z^{-1}) dz$

۳. فرض کنید  $C$  مرز میدان

$$\{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 2, \operatorname{Im} z > 0\}$$

است. انتگرال  $\int_C \frac{z}{z} dz$  را حساب کنید.

۴. فرض کنید  $f = u + iv$  تابعی تام است و  $uv \geq 0$ . ثابت کنید  $f$  تابعی ثابت است.

۵. نگاشت مویبوسی را بیابید که نقاط  $0, 1$  و  $\infty$  را به ترتیب بر  $0, 1$  و  $\infty$  بنگارد.

۶. میدان

$$\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z < 0, 0 < \operatorname{Im} z < \pi\}$$

را به صورت همدیس بر ربع اول بنگارید.

۷. میدان

$$\mathbb{C} - \{z \in \mathbb{R} : z \leq -1 \text{ یا } z \geq 1\}$$

را به صورت همدیس، یک به یک و پوشا بر نیم‌صفحه بالایی بنگارید.

۸. میدانی را که از اشتراک دو قرص باز  $|z| < 1$  و  $|z-1| < 1$  به دست می‌آید به صورت همدیس بر قرص باز  $|\omega| < 1$  بنگارید.

۹. نگاشت تحلیلی  $\omega = f(z)$  را طوری بیابید که میدان  $1 < x < y < 2$  را به صورت همدیس بر قرص باز  $|\omega| < 1$  بنگارد.

۱۰. بسط مک‌لورن توابع زیر را به دست آورید:

الف)  $f(z) = \frac{1}{(2+3z^2)^2}$

ب)  $f(z) = e^{z^2-z}$

ج)  $f(z) = \cos^2 z$

۱۱. بسط لوران توابع زیر را حول مبدأ مختصات روی حلقه باز  $\rho_1 < |z| < \rho_2$  به ازای  $\rho_1$  و  $\rho_2$  مناسب به دست آورید:

$$\text{الف) } f(z) = z^5 e^{\frac{1}{z}}$$

$$\text{ب) } f(z) = \frac{z-1}{z^2-z}$$

$$\text{ج) } f(z) = z^2 \sin^2 \frac{1}{z^2}$$