



دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا
ریاضی مهندسی

تمرین سری چهارم- پاییز ۱۴۰۲-۱۴۰۱

۱. جواب مسئله زیر را به دست آورید.

$$\begin{cases} u_{tt} - 2u_t - u_{xx} = 0, & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(x, 0) = f(x), & u_t(x, 0) = g(x) \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 \end{cases}$$

۲. مسئله انتقال حرارت با شرایط اولیه و مرزی زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} u_t = u_{xx}, & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = x - x^2 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 \end{cases}$$

۳. مطلوب است حل مسئله با شرایط اولیه و مرزی زیر

$$\begin{cases} u_{tt} + 16u_{xxxx} = 0, & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(x, 0) = x, & u_t(x, 0) = 0 \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0, \\ u_{xxx}(0, t) = u_{xxx}(\pi, t) = 0. \end{cases}$$

۴. مطلوب است حل معادله دیفرانسیل پاره‌ای $r^2 u_{rr} + r u_r + u_{\theta\theta} = 0$ برای $0 < \theta < \pi$ و $r > 0$ با شرط‌های $u(r, \pi) = 0$ و $u(r, 0) = 0$ و $u(4, \theta) = \theta$ که تابعی کراندار و نسبت به θ متناوب است.