

سری سوم تمرینات

تمرین ۱

مساله مقدار اولیه‌ی

$$y' = \frac{1 + 3x^2}{3y^2 - 6y}, \quad y(0) = 1$$

را حل کنید و مشخص کنید جواب در چه بازه‌ای معتبر است؟

تمرین ۲

جواب‌های مساله مقدار اولیه زیر به ازای هر α مثبت بررسی کنید. یعنی ابتدا مساله وجود جواب را بررسی کنید سپس در مورد یکتایی یا عدم یکتایی بحث کنید.

$$y'(t) = y^\alpha(t), \quad y(0) = 0$$

تمرین ۳

(آ) ابتدا تحقیق کنید تابع $y_1(t) = \frac{1}{t}$ جواب معادله دیفرانسیل $y' = \frac{-1}{t^2} - \frac{y}{t} + y^2$ می‌باشد و سپس جواب عمومی‌تر را بصورت $y(t) = y_1(t) + \frac{1}{v(t)}$ فرض کنید و با جایگذاری در معادله $v(t)$ را به دست آورید. به این نوع معادلات ریکاتی می‌گویند.

(ب) با استفاده از روش قسمت قبل جواب معادله زیر را به دست آورید. (ابتدا یک جواب خاص حدس بزنید)

$$\frac{dy}{dt} = \frac{(2 \cos^2 t - \sin^2 t + y^2)}{2 \cos t}$$

تمرین ۴

معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید. در صورت لزوم از تغییر متغیر مناسب استفاده کنید.

سری سوم تمرینات

$$y - xy' + \sin(y') = 0, \quad (\text{آ})$$

$$yy'' = y^2 y' + y'^2, \quad (\text{ب})$$

$$yy' = x(y')^2 - 1, \quad (\text{ج})$$

$$yy'' + (y')^2 - 2yy' = 0, \quad (\text{د})$$

$$1 + (y')^2 = 2yy'', \quad (\text{ه})$$