



دستگاه معادلات زیر داده شده است:

پرسش ۱

$$\begin{cases} xy^2 + zu + v^2 = 3 \\ x^2z + 2y - uv = 2 \\ xu + yv - xyz = 1 \end{cases}$$

فرض کنید $P = (x, y, z, u, v) = (1, 1, 1, 1, 1)$. ابتدا نشان دهید نقطه P در دستگاه معادلات فوق صدق می‌کند. سپس با استفاده از قضیه تابع ضمنی نشان دهید دستگاه معادلات فوق حول نقطه P ، متغیرهای x, y, z را برحسب توابعی از متغیرهای u, v تعریف می‌کند. همچنین $\frac{\partial y}{\partial u}$ را در نقطه $(u, v) = (1, 1)$ محاسبه کنید.

دستگاه معادلات زیر داده شده است:

پرسش ۲

$$\begin{cases} xe^y + uz - \cos v = 2 \\ u \cos y + x^2v - yz^2 = 1 \end{cases}$$

فرض کنید $P = (x, y, z, u, v) = (2, 0, 1, 1, 0)$. نشان دهید نقطه P در دستگاه معادلات فوق صدق می‌کند و سپس با استفاده از قضیه تابع ضمنی نشان دهید که حول نقطه P دستگاه معادلات فوق متغیرهای u, v را برحسب توابعی از x, y, z بیان می‌کند. همچنین $\frac{\partial u}{\partial z}$ را در نقطه $(x, y, z) = (2, 0, 1)$ محاسبه کنید.

با استفاده از قضیه تابع وارون نشان دهید دستگاه معادلات:

پرسش ۳

$$\begin{cases} x = u^3 - uv \\ y = 3uv + 2v^2 \end{cases}$$

حول نقطه $(u, v, x, y) = (-1, 2, 1, 2)$ متغیرهای u, v را برحسب توابعی از x, y بیان می‌کند. همچنین $\frac{\partial v}{\partial y}$ و $\frac{\partial u}{\partial x}$ را در نقطه $(x, y) = (1, 2)$ بیابید.

با استفاده از قضیه تابع وارون نشان دهید دستگاه معادلات:

$$\begin{cases} u = x^2 + y^2 \\ v = x^2 - 2xy^2 \end{cases}$$

حول نقطه $(x, y, u, v) = (1, 2, 5, -7)$ متغیرهای x, y را برحسب توابعی از متغیرهای u, v بیان می‌کند. حال فرض کنید $z = \ln(y^2 - x^2)$ را در نقطه $(u, v) = (5, -7)$ بیابید.

فرض کنید دستگاه معادلات زیر داده شده باشد:

$$\begin{cases} F(x, y, z, u, v) = 0 \\ G(x, y, z, u, v) = 0 \\ H(x, y, z, u, v) = 0 \end{cases}$$

و فرض کنید بدانیم (بدون نیاز به قضایایی مانند قضیه تابع ضمنی) که توسط دستگاه معادلات فوق می‌توانیم x, y, z را برحسب توابعی از u, v بنویسیم. یعنی $x = x(u, v)$ و $y = y(u, v)$ و $z = z(u, v)$. صرفاً با استفاده از قاعده زنجیری و احتمالاً محاسبات مقدماتی توضیح دهید که چگونه می‌توان مشتق‌های پاره‌ای x, y, z را برحسب متغیرهای u, v بدست آورد؟