



پرسش ۱

حاصل هریک از انتگرال‌های سه گانه زیر را بدست آورید.

• $\iiint_R \sin(\pi y^3) dV$ که در آن R درون هرمی در \mathbb{R}^3 با رئوس $A = (0, 0, 0)$ و $B = (0, 1, 0)$ و $C = (1, 1, 0)$ و $D = (1, 1, 1)$ و $E = (0, 1, 1)$ است.

• $\iiint_R y dV$ که در آن R قسمتی از درون مکعب واحد $0 \leq x, y, z \leq 1$ در \mathbb{R}^3 است که بالای صفحه $y + z = 1$ و پایین صفحه $x + y + z = 2$ قرار دارد.

پرسش ۲

حاصل انتگرال مکرر زیر را بیابید.

$$\int_0^1 dz \int_z^1 dx \int_0^x e^{x^2} dy$$

پرسش ۳

فرض کنید S ناحیه ای در \mathbb{R}^3 باشد که درون کره به معادله $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ و بالای رویه $z = (x^2 + y^2)^{1/4}$ باشد. حجم S را بیابید.

پرسش ۴

فرض کنید T ناحیه ای در \mathbb{R}^3 باشد که بالای مخروط به معادله $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ و درون کره به معادله $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ قرار دارد. حاصل انتگرال $\iiint_T (x^2 + y^2) dV$ را بیابید.

پرسش ۵

حجم ناحیه ای در \mathbb{R}^3 که بین دو سهمی گون به معادلات $z = 10 - x^2 - y^2$ و $z = 2x^2 + 2y^2 - 2$ احاطه شده است را بدست آورید.

پرسش ۶

فرض کنید a, b, c بردارهایی ثابت در \mathbb{R}^3 باشند به قسمی که $a \cdot (b \times c) \neq 0$ و فرض کنید d_1, d_2, d_3 ثابت هایی مثبت باشند. فرض کنید S ناحیه درون متوازی السطوحی باشد که وجوه آن توسط روابط $a \cdot r = 0$ و $a \cdot r = d_1$ و $b \cdot r = 0$ و $b \cdot r = d_2$ و $c \cdot r = 0$ و $c \cdot r = d_3$ تعیین می شوند و همچنین $r = xi + yj + zk$. از تعویض متغیر $u = a \cdot r$ و $v = b \cdot r$ و $w = c \cdot r$ استفاده کنید، نشان دهید:

$$\iiint_S (a \cdot r)(b \cdot r)(c \cdot r) dV = \frac{(d_1 d_2 d_3)^2}{8|a \cdot (b \times c)|}$$

پرسش ۷

فرض کنید S ناحیه ای در \mathbb{R}^3 باشد که توسط رویه به معادله $x^{2/3} + y^{2/3} + z^{2/3} = a^{2/3}$ احاطه شده است ($a > 0$). حجم S را بیابید. **پیشنهاد:** می توانید در حین انتگرال گیری، ابتدا با تعویض متغیر $x = u^3, y = v^3, z = w^3$ ناحیه انتگرال را درون یک کره مطلوب در نظر بگیرید.