

# با یاد او

## سری یکم تمرین‌های ریاضی عمومی یک

**مسئله ۱.** مکان هندسی نقاطی را بیابید که

<p>و: <math>x^2 + y^2 - 2x - y + 1 = (\geq) 0</math></p> <p>ز: <math>0 &lt; x^2 + y^2 - 2x - y \leq 1</math></p> <p>ح: <math>x^2 + y^2 \leq 2y</math> و <math>x^2 + y^2 &lt; 2x</math></p> <p>ط: <math>x + y &gt; (=) 1</math> و <math>x^2 + y^2 - 4x + 2y &gt; (\leq) 4</math></p> <p>ی: <math>x + y = 2</math> یا <math>x^2 + y^2 &gt; (\leq) 4</math></p>	<p>آ: <math>d \geq 0</math> و <math> x - 1  -  x + 1  = (\leq) d</math></p> <p>ب: <math>x, y \geq 0</math> و <math>\frac{x}{a^2} + \frac{y}{b^2} = (&gt;) 1</math></p> <p>ج: <math>x^2 + y^2 \leq (&gt;) 1</math></p> <p>د: <math>x, y &lt; 0</math> و <math>\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = (&gt;) 1</math></p> <p>ه: <math>\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq (=) 1</math></p>
--	--

**مسئله ۲.** چند جمله‌ای‌های زیر را به ساده‌ترین عوامل تجزیه کنید و در مورد تعداد ریشه‌ها و تکرر آن‌ها بحث کنید.

<p>و: <math>x^3 + 1</math></p> <p>ز: <math>x^5 - x^4 - 16x + 16</math></p> <p>ح: <math>x^5 + x^3 + 8x^2 + 8</math></p> <p>ط: <math>x^6 - 3x^4 + 3x^2 - 1</math></p>	<p>آ: <math>x^3 - x^2 - 4x + 4</math></p> <p>ب: <math>x^4 + 3x^2 - 4</math></p> <p>ج: <math>x^5 - x^4 - x^2 + x</math></p> <p>د: <math>x^3(x^2 + 2x + 5)^2</math></p> <p>ه: <math>x^9 - 4x^7 - x^6 + 4x^4</math></p>
---	--

**مسئله ۳.** روابط زیر در مورد نسبت‌های مثلثاتی را تحقیق کنید.

آ:  $\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$

ب:  $\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x = 1 - 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$

ج:  $\tan(2x) = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$

د:  $\sin(3x) = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$ ,  $\cos(3x) = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$

ه:  $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ ,  $\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x$

و:  $\sin(2x) = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$ ,  $\cos(2x) = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$

ز:  $a \sin x + b \cos x = \frac{a}{|a|} \sqrt{a^2 + b^2} \sin\left(x + \tan^{-1} \frac{b}{a}\right)$  برای  $a \neq 0$

**مسئله ۴.** تمام جواب‌های (مختلط) معادله  $z^5 + (z + 1)^5 = 0$  را بیابید.

**مسئله ۵.** عدد مختلط  $\frac{(1-i)^5}{(\sqrt{3}+i)^8}$  را ساده کنید.