

با یاد او

سری هفتم تمرینات ریاضی مهندسی

۱. مطلوبست حل مسئله انتقال حرارت زیر

$$u_t = u_{xx} + tu, \quad -\infty < x < \infty, t \geq 0 \\ u(x, 0) = e^{-x^2}, \quad u(\pm\infty, t) = 0$$

۲. مسئله موج یک بعدی زیر را حل کنید.

$$u_{tt} - u_{xx} + 2u = \delta(x-1)\delta(t-1), \quad t \geq 0, x \geq 0 \\ u(x, 0) = e^{-x}, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad u(0, t) = e^{-t}, \quad u(+\infty, t) = 0$$

۳. مسئله انتقال حرارت دو بعدی زیر را حل کنید.

$$u_t = u_{xx} + 2u_{yy} + u_{xxt} + u + e^t\delta(x-1)e^{-y}, \quad x, y \geq 0, t \geq 0 \\ u(x, y, 0) = e^{-x-y^2}, \\ u(0, y, t) = e^{-t-y}, \quad u_y(x, 0, t) = e^{-x-t}, \\ u(+\infty, y, t) = 0, \quad u(x, +\infty, t) = 0$$

۴. مطلوبست حل مسئله معادله لاپلاس زیر

$$u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = xe^{-y-z^2}, \quad 0 \leq x \leq 1, y \geq 0, |z| < \infty \\ u(0, y, z) = e^{-y^2-|z|}, \quad u(1, y, z) = 0, \\ u_y(x, 0, z) = xe^{-z} \sin z, \quad u(x, +\infty, z) = 0, \quad u(x, y, \pm\infty) = 0$$

۵. مطلوبست حل مسئله رویه مرتعش دو بعدی زیر

$$u_{tt} + u_{xxxx} + u_{xxyy} - u = ye^{-xt}, \quad 0 \leq y \leq \pi, x \geq 0, t \geq 0 \\ u(x, y, 0) = ye^{-x} \sin x, \quad u_t(x, y, 0) = 0, \\ u(0, y, t) = yt, \quad u_{xx}(0, y, t) = 1, \quad u(+\infty, y, t) = u_{xx}(+\infty, y, t) = 0, \\ u(x, 0, t) = te^{-x}, \quad u_y(x, \pi, t) = 0$$

۶. مطلوبست حل مسئله زیر

$$u_{tt} - u_{xx} + 2u = e^{t-2x}, \quad x \geq 0, t \geq 0 \\ u(x, 0) = e^{-x}, \quad u_t(x, 0) = e^{-3x}, \\ u(0, t) = t, \quad u(+\infty, t) = 0$$

۷. مطلوبست حل مسائل کشی زیر

$$\text{د) } \begin{cases} 3u_{xx} + 10u_{xy} + 3u_{yy} = 2x - 3y, \\ u(x, 0) = x, \quad u_y(x, 0) = e^x \end{cases}$$

$$\text{ب) } \begin{cases} u_{xx} - 3u_{xy} + 2u_{yy} + u_x - u_y = xy, \\ u(x, 0) = e^x, \quad u_y(x, 0) = 1 \end{cases}$$
