



سوال ۱

در هریک از مسائل زیر مقدار انتگرال داده شده روی مسیر مذکور را حساب کنید.

(آ)

$$\int_C (2\bar{z} - z) dz$$

که در آن  $C$  قسمتی از خم  $y = 2 + x^2$  است که از نقطه  $A = (0, 2)$  به سمت نقطه  $B = (3, 11)$  در حرکت است.

(ب)

$$\oint_C (\text{Im}(z - i)) dz$$

که در آن  $C$  پنج ضلعی محاط در دایره واحد با رئوس  $e^{\frac{2k\pi i}{5}}$  است که  $k = 0, 1, 2, 3, 4$  و حرکت  $C$  از نقطه ۱ در جهت مثلثاتی شروع شده و در نهایت به خود بر میگردد.

(ج)

$$\int_C f(z) dz$$

که در آن :

$$f(z) = f(x + yi) = \begin{cases} 2 & x \leq 0 \\ 6x & x > 0 \end{cases}$$

و  $C$  قسمتی از سهمی  $y = x^2$  است که از نقطه  $z = -1 + i$  شروع به حرکت نموده و حرکت آن در نقطه  $z = 1 + i$  پایان می‌یابد.

سوال ۲

فرض کنید  $C$  یک خم دلخواه باشد که از نقطه  $A = (1, 1)$  به سمت نقطه  $B = (4, 7)$  حرکت کرده است. حاصل انتگرال‌های زیر را روی این خم بیابید.

(آ)

$$\int_C z^2 \sin(2z) dz$$

(ب)

$$\int_C e^{2z} \cos(3z) dz$$

**سوال ۳** فرض کنید  $C$  یک خم ساده بسته باشد (یعنی  $C$  جایی خود را قطع نمی کند). در مورد مقدار انتگرالهای زیر بحث کنید.

(آ)

$$\oint_C \frac{e^z}{z^4 + 1} dz$$

(ب)

$$\oint_C \frac{\text{Ln}(z)}{z^3 - 2z + 1} dz$$

**سوال ۴** با استفاده از قضیه انتگرال کشی مقدار انتگرال های داده شده را حساب کنید.

(آ)

$$\oint_C \frac{z^2 + 3z + 2i}{z^2 + 3z - 4} dz$$

که در آن  $C$  یکبار دایره  $|z| = 2$  و بار دیگر دایره  $|z + 5| = \frac{3}{4}$  است و هر دو دایره در جهت مثلثاتی جهت دهی

شده اند.

(ب)

$$\oint_C \frac{z^2 + 4}{z^2 - 5iz - 4} dz$$

که در آن  $C$  دایره  $|z - 3i| = 1.3$  است که در جهت مثلثاتی جهت دهی شده است.

(ج)

$$\oint_C \frac{z^2}{(z - 3i)^2} dz$$

که در آن  $C$  دایره  $|z| = 5$  است که در جهت مثلثاتی جهت دهی شده است.

(د)

$$\oint_C \frac{\cos(2z)}{z^5} dz$$

که در آن  $C$  دایره  $|z| = 1$  است که در جهت مثلثاتی جهت دهی شده است.

(ه)

$$\oint_C \frac{e^{z^2}}{(z - i)^3} dz$$

که در آن  $C$  دایره  $|z - i| = 1$  است که در جهت مثلثاتی جهت دهی شده است.

## سوال ۵

با استفاده از قضیه انتگرال کشی حاصل هرکدام از انتگرالهای زیر را بدست آورید.

(آ)

$$\oint_C \frac{e^{-z} \sin(3z)}{z^2(z-1)^2} dz$$

که در آن  $C$  دایره  $|z-2|=5$  است که در جهت مثلثاتی جهت دهی شده است.

(ب)

$$\oint_C \frac{e^z}{(z^2+1)(z^3-4z+3)} dz$$

که در آن  $C$  یک خم ساده بسته دلخواه است.

## سوال ۶

شعاع همگرایی سریهای زیر را تعیین کنید.

(آ)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{6n+1}{2n+5}\right)^n (z-2i)^n$$

(ب)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n+2)(n!)^2} (z-i)^{2n}$$

(ج)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(2n)^n} z^{3n}$$

## سوال ۷

سری تیلور هریک از توابع زیر را حول نقطه مذکور بدست آورید.

(آ)

$$f(z) = \frac{1}{(1+2z)^2}$$

حول نقطه  $z=0$ .

(ب)

$$f(z) = \frac{z}{(1-z)^3}$$

حول نقطه  $z=0$ .

(ج)

$$f(z) = \frac{e^{-z} \sin^2(3z)}{z^2}$$

حول نقطه ۱  $z = 1$ .