



سوال ۱

• الف) جواب مسئله مقدار مرزی زیر را بدست آورید.

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 u = 0 \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u(0, y) = u(1, y) = 0 \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u(x, 0) = 0 \quad 0 \leq x \leq 1 \\ u(x, 1) = x \sin(\pi x) \quad 0 \leq x \leq 1 \end{array} \right.$$

• ب) جواب مسئله مقدار مرزی زیر را بدست آورید.

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 u = \sin(\pi x) \cos(2\pi y) \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u(0, y) = u(1, y) = 0 \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u_y(x, 0) = 0 \quad 0 \leq x \leq 1 \\ u(x, 1) = x(x-1) \quad 0 \leq x \leq 1 \end{array} \right.$$

سوال ۲

• الف) جواب مسئله مقدار مرزی زیر را بدست آورید.

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 u = 0 \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1 \\ u(x, y, 0) = u(x, y, 1) = 0 \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u(0, y, z) = u(1, y, z) = 0 \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1 \\ u(x, 0, z) = 0 \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1 \\ u(x, 1, z) = z \sin(\pi x) \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1 \end{array} \right.$$

• (ب) جواب مسئله مقدار مرزی زیر را بدست آورید.

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla^2 u = \sin(\pi x) \sin(\pi y) \sin(\pi z) \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1 \\ u(x, y, 0) = u(x, y, 1) = 0 \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u(0, y, z) = u(1, y, z) = 0 \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1 \\ u(x, 0, z) = 0 \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1 \\ u(x, 1, z) = z(z-1)x(x-1) \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq z \leq 1 \end{array} \right.$$

• (الف) جواب مسئله مقدار مرزی- مقدار اولیه زیر را بدست آورید.

سوال ۳

$$\left\{ \begin{array}{l} u_t = \nabla^2 u \quad t > 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u(x, 0, t) = u(x, 1, t) = 0 \quad t > 0, \quad 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, y, t) = u(1, y, t) = 0 \quad t > 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u(x, y, 0) = e^x \sin(y) \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \end{array} \right.$$

• (ب) جواب مسئله مقدار مرزی- مقدار اولیه زیر را بدست آورید.

$$\left\{ \begin{array}{l} u_t = \nabla^2 u + e^t \sin(\pi x) \sin(\pi y) \quad t > 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u(x, 0, t) = u(x, 1, t) = 0 \quad t > 0, \quad 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, y, t) = u(1, y, t) = 0 \quad t > 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u(x, y, 0) = e^x \cos(y) \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \end{array} \right.$$

• الف) جواب مسئله مقدار مرزی-مقدار اولیه زیر را بدست آورید.

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{tt} = \nabla^2 u \quad t > 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u(x, 0, t) = u(x, 1, t) = 0 \quad t > 0, \quad 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, y, t) = u(1, y, t) = 0 \quad t > 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u(x, y, 0) = e^x \sin(y) \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u_t(x, y, 0) = x(x^2 - 1)y(y - 1) \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \end{array} \right.$$

• ب) جواب مسئله مقدار مرزی-مقدار اولیه زیر را بدست آورید.

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{tt} = \nabla^2 u + e^{-t} \sin(\pi x) \sin(\pi y) \quad t > 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u(x, 0, t) = u(x, 1, t) = 0 \quad t > 0, \quad 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, y, t) = u(1, y, t) = 0 \quad t > 0, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u(x, y, 0) = e^x \sin(y) \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ u_t(x, y, 0) = x(x^2 - 1)y(y - 1) \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \end{array} \right.$$

• الف) جواب مسئله مقدار مرزی زیر را بدست آورید.

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0 \quad 0 \leq r \leq 4, \quad \theta \in \mathbb{R} \\ u(r, \theta) = u(r, \theta + 2\pi) \quad 0 \leq r \leq 4, \quad \theta \in \mathbb{R} \\ u(4, \theta) = \sin^3(3\theta) \quad \theta \in \mathbb{R} \end{array} \right.$$

• ب) جواب مسئله مقدار مرزی زیر را بدست آورید.

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0 \quad 1 \leq r \leq 4, \quad \theta \in \mathbb{R} \\ u(r, \theta) = u(r, \theta + 2\pi) \quad 0 \leq r \leq 1, \quad \theta \in \mathbb{R} \\ u(1, \theta) = \sin^3(3\theta) \quad \theta \in \mathbb{R} \\ u(4, \theta) = \cos(5\theta) \sin(6\theta) \quad \theta \in \mathbb{R} \end{array} \right.$$