



سوال ۱

- الف) نشان دهید تابع $u(x, t) = (\sin at)(\sin bx)$ یک جواب معادله موج به ازای پارامتری مناسب در آن معادله است.
- ب) نشان دهید تابع $u(x, t) = e^{-\omega^2 c^2 t} \cos \omega x$ یک جواب معادله حرارت به ازای پارامتری مناسب در آن معادله است.
- ج) نشان دهید توابع $u(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$ و $v(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$ در معادله لاپلاس صدق می‌کنند.
- د) فرض کنید f, g توابعی دوبار مشتق پذیر روی \mathbb{R} باشند. نشان دهید:

$$u(x, t) = f(x + ct) + g(x - ct)$$

در معادله موج به ازای پارامتری مناسب در آن معادله صدق می‌کند.

تمرینات مشابه: مسائل ۹ و ۱۴ از صفحه ۵۴۲ کتاب درسی.

سوال ۲

نشان دهید تابع:

$$u(x, y) = a \ln(x^2 + y^2) + b$$

جوابی از معادله لاپلاس است و ثابت‌های a, b را به قسمی تعیین کنید که u در شرایط مرزی:

$$\begin{cases} u(x, y) = 110 & x^2 + y^2 = 1 \\ u(x, y) = 0 & x^2 + y^2 = 100 \end{cases}$$

صدق کند.

سوال ۳

جواب کلی هرکدام از معادلات دیفرانسیل زیر را بدست آورید.

• الف)

$$u_{yy} + 6u_y + 13u = 4e^{3y}$$

• (ب)

$$u_{xy} = u_x$$

• (ج)

$$x^2 u_{xx} + 2xu_x - 2u = 0$$

تمرینات مشابه : مسائل ۲۰ و ۲۵ از صفحه ۵۴۳ کتاب درسی.

با استفاده از روش جداسازی هریک از مسائل انتقال حرارت زیر را حل کنید.

سوال ۴

• (الف)

$$\left\{ \begin{array}{l} u_t = 4u_{xx} \quad t > 0, \quad 0 < x < 4 \\ u_x(0, t) = 0 \quad t > 0 \\ u_x(4, t) = 0 \quad t > 0 \\ u(x, 0) = 6 + 4 \cos \frac{3\pi x}{4} \quad 0 < x < 4 \end{array} \right.$$

• (ب)

$$\left\{ \begin{array}{l} u_t = \lambda u_{xx} \quad t > 0, \quad 0 < x < 6 \\ u(0, t) = 0 \quad t > 0 \\ u_x(6, t) = 0 \quad t > 0 \\ u(x, 0) = 0 \quad 0 < x < 3 \\ u(x, 0) = 1 \quad 3 < x < 6 \end{array} \right.$$

با استفاده از روش جداسازی هریک از مسائل مقدار اولیه- مقدار مرزی زیر را حل کنید.

سوال ۵

• الف)

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{tt} + 4u_t = u_{xx} \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi \\ u(0, t) = 0 \quad t > 0 \\ u(\pi, t) = 0 \quad t > 0 \\ u(x, 0) = x \sin x \quad 0 < x < \pi \\ u_t(x, 0) = 0 \quad 0 < x < \pi \end{array} \right.$$

• ب)

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{tt} + 3u_t = u_{xx} \quad t > 0, \quad 0 < x < \pi \\ u(0, t) = 0 \quad t > 0 \\ u(\pi, t) = 0 \quad t > 0 \\ u(x, 0) = 0 \quad 0 < x < \pi \\ u_t(x, 0) = 1 \quad 0 < x < \pi \end{array} \right.$$

سوال ۶ مسئله سیم مرتعش زیر را حل کنید.

$$\left\{ \begin{array}{l} 25u_{xx} = u_{tt} \quad t > 0, \quad 0 < x < 1 \\ u(0, t) = 0 \quad t > 0 \\ u(1, t) = 0 \quad t > 0 \\ u(x, 0) = x - e^x \quad 0 < x < 1 \\ u_t(x, 0) = \pi \quad 0 < x < 1 \end{array} \right.$$

تمرینات مشابه: مسائل ۵ و ۶ از صفحه ۵۵۳ کتاب درسی.

سوال ۷ در هریک از مسائل زیر نوع معادله (هذلولوی، سهموی یا بیضوی) را مشخص کنید. سپس آن را به فرم نرمال خود تبدیل

کرده و جواب عمومی آن را بدست آورید.

• الف)

$$u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} = 0$$

• (ب)

$$xu_{xx} - yu_{xy} = 0$$

• (ج)

$$xu_{xy} - yu_{yy} = 0$$

• (د)

$$u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} = 0$$

تمرینات مشابه : مسائل ۱۳ و ۱۸ از صفحه ۵۵۶ کتاب درسی.