



ریاضی ۲

تمرینات سری دوم (نیمسال اول ۰۰-۹۹)

سوال ۱ . نوع رویه های زیر را مشخص کنید. (با رسم شکل)

الف)  $x^2 + 2y^2 + z^2 - 2x + 4z - 22 = 0$

ب)  $5x^2 + 6y^2 + 4z - 4x = 14$

ج)  $-x^2 + y^2 - z^2 - 2x + 2z = 0$

د)  $x = z^2$

سوال ۲ . معادله  $2x^2 + y^2 = 1$  نمایش یک استوانه با مقاطع عرضی بیضوی در صفحات عمود

بر محور  $z$  است. بردار  $a$  را چنان بیابید که صفحات عمود بر  $a$ ، این استوانه را در یک دایره قطع کنند.

سوال ۳ . تعیین کنید هر کدام از ماتریس های زیر (نیمه) مثبت معین، (نیمه) منفی معین یا

نامعین هستند.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

سوال ۴ . خم پارامتری زیر را توصیف کرده و طول خم بین  $t = 0$  و  $t = T$  را به دست آورید.

$$x = a \sin(t) \cos(t) \quad , \quad y = a \sin^2(t) \quad , \quad z = bt$$

**سوال ۵** . سرعت، تندى و شتاب ذره با موضع  $r(t)$  را در زمان  $t$  بياييد و مسير ذره را توصيف كنيد.

(الف)  $r(t) = 3\cos(t)i + 4\sin(t)j + tk$

(ب)  $r(t) = ti + t^2j + t^2k$

(ج)  $r(t) = t^2i + k$

**سوال ۶** . نشان دهيد اگر حاصل ضرب نقطه‌اى سرعت و شتاب يك ذره متحرك، مثبت (يا منفي) باشد، تندى ذره صعودى (يا نزولى) است.

**سوال ۷** . نشان دهيد اگر سرعت ذره بر خط وصل كننده بين نقطه ثابت  $P$  و حركت ذره، در هر زمان  $t$  عمود باشد، مسير حركت ذره روى يك كره قرار دارد.

**سوال ۸** . صفحه  $x + y + z = 1$  كره  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  را در دايره  $C$  قطع مي‌كند. مركز و شعاع اين دايره را بياييد. همچنين دو بردار يكه عمود بر هم كه موازى صفحه  $C$  باشد را پيدا كنيد. (راهنمايى: بردار  $V_1 = \frac{(i-j)}{\sqrt{2}}$  يك چنين بردارى است. با استفاده از آن بردار دوم  $V_2$  را بياييد.) حال به كمك اين دو بردار دايره  $C$  را به صورت پارامترى بنويسيد.

**سوال ۹** . (الف) با استفاده از شكل منحنى  $z = y - \frac{1}{3}y^3$  در صفحه  $yz$ ، نمودار نگاشت

$$z = y - \frac{1}{3}y^3 - x^2$$

(با ذكر دليل)

(ب) با استفاده از شكل نمودار نگاشت مذكور، منحنى هاى تراز آن را توصيف كنيد.

**سوال ۱۰** . منحنى  $\phi : [0, 1] \rightarrow R^3$  در رابطه  $\phi'(t) = c \times \phi(t)$  صدق مي‌كند كه در آن  $c$  يك بردار ثابت ناصفر است. نشان دهيد تصوير  $\phi$  در  $R^3$  روى يك دايره قرار دارد و همچنين طول خم  $\phi$  را بين  $0$  تا  $T$  به دست آوريد.