



ریاضی ۲

تمرینات سری اول (نیمسال اول ۹۹-۰۰)

سوال ۱ . فاصله‌های زیر را بیابید.

الف) فاصله مبدا تا خط $y - 2 = x + 1 = z$

ب) فاصله مبدا تا صفحه $x + 2y + 3z = 4$

ج) فاصله نقطه $(1, 2, 0)$ از صفحه $3x - 4y - 5z = 2$

د) فاصله بین دو خط $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - 2z = -5 \end{cases}$ و خط $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ y + 2z = 3 \end{cases}$ را به دست آورید.

سوال ۲ . صفحات زیر را بر حسب پارامتر λ توصیف کنید.

الف) $x + y + z = \lambda$

ب) $x + \lambda y + \lambda z = \lambda$

ج) $\lambda x + \sqrt{1 - \lambda^2} y = 1$

سوال ۳ . ناحیه جواب معادله‌های زیر را در فضای سه بعدی مشخص کنید:

الف) $\theta = \frac{\pi}{4}$

ب) $\phi = \frac{\pi}{3}$

ج) $\rho = 2 \cos(\phi)$

د) $z = 2r$

سوال ۴ . تمام مقادیر a را طوری بیابید که دو خط زیر در R^3 روی یک صفحه قرار گیرند.

$$\{t(a, 2, 0) + (-1, 0, -1) : t \in R\} \quad \text{و} \quad \{t(2, 3, 2) + (1, 2a, 1) : t \in R\}$$

سوال ۵ . مساحت مثلث به راس‌های $(0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0)$ را بیابید.

سوال ۶ . فاصله ی مبدأ تا خط

$$x + y + z = 0, \quad 2x - y - 5z = 1$$

را بیابید.

سوال ۷ . فرض کنید A و B دو نقطه متمایز در R^3 باشند. ثابت کنید فاصله نقطه P از خط

گذرنده از A و B برابر است با

$$\frac{|(r_A - r_P) \times (r_B - r_P)|}{|r_A - r_B|}$$

جایی که r_X بردار مکانی نقطه X می‌باشد.

سوال ۸ . نشان دهید:

$$u \times (v \times w) = (u \cdot w)v - (u \cdot v)w \quad (\text{الف})$$

$$u \times (v \times w) + w \times (u \times v) + v \times (w \times u) = 0 \quad (\text{ب})$$

سوال ۹ . بردارهای ناصفر A و B در چه شرایطی باید صدق کنند تا معادله $A \times X = B$ نسبت

به X جواب داشته باشد؟ آیا جواب منحصر به فرد است؟

سوال ۱۰ . برداری را بیابید که زاویه بین دو بردار u و v را نصف کند.

سوال ۱۱ . فرض کنید u و v دو بردار باشند. ثابت کنید :

$$u \cdot v \leq |u||v| \quad (\text{الف})$$

$$|u + v| \leq |u| + |v| \quad (\text{ب})$$