



به نام خدا

سری پنجم حل تمرین

درس ریاضی عمومی ۱ گروه ۶

پاییز ۹۹

سوال ۱ نشان دهید  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{e} = \frac{n}{e}$

سوال ۲ حد و مشتق زیر را محاسبه کنید.

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sin(t) dt}{x^2 + 2x^2}$

الف)  $\frac{d}{dt} \int_{\sin(t)}^{\cos(t)} \frac{1}{1-x^2} dx$

سوال ۳ ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را بیابید

$F(x) = \int_0^{2x-x^2} \cos\left(\frac{1}{1+t^2}\right) dt$

سوال ۴ انتگرال های زیر را محاسبه کنید.

ج)  $\int \frac{x^2 + 1}{x^2 + 7x + 12} dx$

ب)  $\int x e^x \cos(x) dx$

الف)  $\int \cos(\ln(x)) dx$

د)  $\int \frac{dx}{(1+2x^2)^{\frac{5}{2}}}$

الف)  $\int \frac{dx}{x(1+x^2)^{\frac{2}{3}}}$

سوال ۵ فرض کنید  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\pi}$ . مقدارهای زیر را محاسبه کنید.

ب)  $\int_0^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx$

الف)  $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx$

سوال ۶ نشان دهید تابع  $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$  برای  $x > 0$  همگراست. آنگاه ثابت کنید  $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ . نتیجه

بگیرید  $\Gamma(n+1) = n!$

سوال ۷ اگر  $f, g$  روی  $[a, b]$  پیوسته باشد و تغییر علامت ندهد و  $g$  متحد با صفر نباشد، نشان دهید

$\exists c \in [a, b] : f(c) = \frac{\int_a^b f(x)g(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}$