



به نام خدا

سری اول حل تمرین  
درس ریاضی عمومی ۱  
پاییز ۹۹

سوال ۱ فرمول ریشه های  $n$ ام واحد را بیان نمایید و سپس ریشه های  $w^k = 1$  را بدست آورید.

سوال ۲ معادله های  $3iz^5 - 96i = 0$  و  $z^3 + iz^2 + z + i = 0$  را حل نمایید.

سوال ۳ مکان هندسی نقاط زیر را مشخص نمایید

(الف):  $|z - 1| + |z - 2| > 3$

(ب):  $|z - 7i| + |z| > 5$

(ج):  $|\frac{z}{1+i}| = 2$

سوال ۴ اگر  $|z_1| = |z_2| = 1$  و  $z_1 z_2 \neq -1$  باشد، ثابت کنید عدد مختلط  $\frac{z_1 + z_2}{1 + z_1 z_2}$  حقیقی است.

سوال ۵ تمام  $z$  هایی را بیابید که  $|z| = 1$  و  $|\frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z}| = 1$  است.

سوال ۶ اگر  $z_1, z_2, z_3$  سه عدد مختلط ناصفر در صفحه مختلط باشند که تشکیل یک مثلث میدهند. نشان دهید این مثلث

متساوی الاضلاع است اگر و تنها اگر داشته باشیم  $z_1^2 = z_2 z_3$  و  $z_2^2 = z_1 z_3$ .

سوال ۷ فرض کنید رئوس  $P_0, \dots, P_{n-1}$  تشکیل یک  $n$  ضلعی منتظم روی دایره واحد بدهند. ثابت کنید:

(الف):  $\overline{P_0 P_1} \cdots \overline{P_0 P_{n-1}} = n$

(ب):  $\sin \frac{\pi}{n} \cdots \sin \frac{(n-1)\pi}{n} = \frac{n}{2^{n-1}}$

سوال ۸ ثابت کنید همه جوابهای معادله  $(z+1)\cdots(z+n) = n!$  در دایره به شعاع  $n$  و مرکز  $(-n, 0)$  هستند.

سوال ۹ اگر اعداد حقیقی و صعودی اکید باشند و  $a_0, \dots, a_n$  آنگاه ثابت کنید  $a_n z^n + \dots + a_0 = 0$  و  $|z| < 1$ .

سوال ۱۰ معادله زیر را حل کنید:

$$(1 + \sqrt{3}i)(z + i)^n = (1 - \sqrt{3}i)(z - i)^n$$