

۱. فرض کنید دوره تناوب تابع  $f$  برابر  $T$  است. ثابت کنید به ازای هر عدد ثابت مانند  $a$ ,

$$\int_a^{a+T} f(x)dx = \int_a^T f(x)dx.$$

۲. سری فوریه تابع متناوب  $f(x)$  با دوره تناوب ۴ با ضابطه زیر را به دست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -2 < x < 0, \\ x & 0 < x < 2. \end{cases}$$

۳. با استفاده از سری فوریه تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = |\sin x|$ ، مقدار سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$  را محاسبه کنید.

۴. با استفاده از سری فوریه تابع  $f$  که تابعی متناوب با دوره تناوب  $T = 2$  است و ضابطه آن در بازه  $(-1, 1)$  به صورت  $f(x) = x(1 - |x|)$  است، مقدار سری  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^4}$  را محاسبه کنید.

۵. ثابت کنید سری مثلثاتی  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin nx}{\ln n}$  در سراسر  $\mathbb{R}$  همگراست، ولی سری فوریه هیچ تابع قطعه به قطعه پیوسته با دوره تناوب  $2\pi$  نیست.

۶. فرض کنید تابع  $f$  روی  $(0, 2)$  با ضابطه  $f(x) = 2 - x$  تعریف شده است. سری های فوریه توسعه های تناوبی زوج و فرد این تابع را به دست آورید.