



دانشکده علوم ریاضی  
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا  
ریاضی مهندسی

سری ششم تمرین های کلاس حل تمرین

۱. شعاع همگرایی هر یک از سری های زیر را به دست آورید.

الف:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\sqrt{n})!}{(n!)^{\sqrt{n}}} z^n$$

ب:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{\sqrt{n}}}{\sqrt{n}} z^n$$

۲. بسط مک لوران توابع زیر را به دست آورید.

الف:

$$f(z) = \operatorname{Ln}\left(\frac{1+z}{1-z}\right)$$

ب:

$$f(z) = e^{z^{\sqrt{z}} - z}$$

ج:

$$f(z) = \frac{z}{z^{\sqrt{z}} + 9}$$

د:

$$f(z) = \tan^{-1} z$$

۳. بسط تیلور تابع  $f(z) = \frac{1}{1-z}$  حول نقطه  $z = i$  را در ناحیه همگرایی تابع بنویسید و شعاع همگرایی آن را به دست آورید.

۴.

الف: بسط لوران تابع  $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z-3)}$  را روی حلقه باز  $1 < |z-1| < 2$  به دست آورید.

ب: بسط لوران تابع  $f(z) = \frac{-1}{(z-1)(z-3)}$  را روی حلقه باز  $1 < |z| < 2$  به دست آورید.

۵. در سری لوران تابع  $f(z) = \frac{1+2z^{\sqrt{z}}}{z^{\sqrt{z}}+z^{\sqrt{z}}}$  حول مبدأ مختصات روی حلقه باز  $0 < |z| < 1$ ، ضریب  $\frac{1}{z}$  را به دست آورید.

۶. نوع هر یک از نقاط تکین منفرد هر یک از توابع زیر را مشخص کنید.

الف:

$$f(z) = z^{\sqrt{z}} \cos \frac{1}{z-3}$$

ب:

$$f(z) = \frac{\sin z^{\sqrt{z}}}{z^{\sqrt{z}}}$$

ج:

$$f(z) = \frac{1}{e^z - 1} - \frac{1}{z} + \frac{1}{2}$$

۷. فرض کنید  $f'(z) = \dots + \frac{a_{-1}}{z^{-1}} + \frac{a_{-1}}{z} + a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \dots$  . آنگاه با چه شرایطی  $z = 0$  نقطه تکین منفرد تابع  $f(z)$  خواهد بود؟