



دانشکده علوم ریاضی
دانشگاه صنعتی شریف

به نام خدا
ریاضی مهندسی

سری دهم تمرین های کلاس حل تمرین

۱. با استفاده از انتگرال فوریه درستی تساوی زیر را ثابت کنید.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \omega x + \omega \sin \omega x}{1 + \omega^2} d\omega = \begin{cases} \bullet & x < 0, \\ \frac{\pi}{2} & x = 0, \\ \pi e^{-x} & x > 0. \end{cases}$$

۲.

الف: انتگرال فوریه کسینوسی تابع $f(x) = e^{-x}$ که در بازه $(0, \infty)$ تعریف شده است، به دست آورید.

ب: انتگرال فوریه سینوسی تابع زیر را که در بازه $(0, \infty)$ تعریف شده است، به دست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & 0 < x \leq \pi, \\ \bullet & x > \pi. \end{cases}$$

۳.

الف: فرض کنید f تابعی زوج و $A(\omega)$ ضریب فوریه کسینوسی آن و $a > 0$ عددی ثابت است. گزاره زیر را ثابت کنید.

$$f(ax) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} A\left(\frac{\omega}{a}\right) \cos \omega x d\omega$$

ب: به کمک قسمت الف تساوی زیر را ثابت کنید:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\omega} \sin \omega t}{\omega} d\omega = \tan^{-1} t$$

۴. تبدیل فوریه تابع $f(x) = e^{-ax^2}$ بطوریکه $a > 0$ عددی ثابت است، را به دست آورید.

۵. تبدیل فوریه سینوسی تابع $f(x) = \frac{e^{-ax}}{x}$ بطوریکه $a > 0$ عددی ثابت است، را به دست آورید.

۶. تبدیل فوریه کسینوسی تابع f با ضابطه

$$f(x) = xe^{-ax}, \quad a > 0, \quad x > 0$$

را به دست آورید.