



دانشکده ریاضی

آذر ۹۸

حل معادلات مرتبه دوم با استفاده از سری

معادلات دیفرانسیل عادی

۱. برای معادله دیفرانسیل $(1-t^2)y'' - 2ty' + \alpha(\alpha+1)y = 0$ که α یک (سوال ۱۰ بخش ۲۰۸ از ویرایش چهارم) ثابت است، دو جواب مستقل خطی بدست آورید. سپس نشان دهید اگر α برابر با عدد صحیح n باشد، آنگاه این معادله دیفرانسیل دارای جوابی به صورت یک چندجمله‌ای از درجه n خواهد بود. (سوال ۱۰ بخش ۲۰۸ از ویرایش چهارم)

۲. معادله زیر را در نظر بگیرید. (سوال ۱۹ بخش ۲۰۸.۲ از ویرایش چهارم)

$$t^2 y'' + (t^2 - 3t)y' + 3y = 0$$

- نشان دهید این معادله جوابی به شکل $y_1(t) = t^2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n$, $a_0 = 1$ دارد.
- نشان دهید این معادله جوابی به صورت $y_2(t) = t \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n$ ندارد.
- جواب دوم این معادله را با استفاده از روش کاهش مرتبه بدست آورید.

۳. معادله زیر را حل کنید. (سوال ۲ بخش ۲۰۸.۳ از ویرایش چهارم)

$$t^2 y'' - t(1+t)y' + y = 0$$