



تاریخ: ۹۸/۱۱/۲

شماره: .....

پیوست: .....

دانشکده علوم ریاضی

مدت امتحان: ۳ ساعت

امتحان پایان ترم ریاضی مهندسی (گروه‌های ۱ و ۲)

۲۲-۰۳۵

نیمسال اول ۹۹-۹۸

- این امتحان شامل ۴ سؤال است. پاسخ سؤالات را به ترتیب در دفترچه امتحانی بنویسید و در هر برگه دفترچه فقط به یک سؤال پاسخ دهید.
- برای نشان دادن درستی جواب‌های خود استدلال کنید و حتی الامکان از به کار بردن عباراتی چون «واضح است»، یا «بدیهی است» پرهیز کنید.
- استفاده از ماشین حساب در طول جلسه امتحان ممنوع است.
- در طول جلسه امتحان به هیچ سؤالی پاسخ داده نمی‌شود.

سؤال ۱. فرض کنید  $f$  تابعی متناوب با دوره تناوب  $T = 2\pi$  است که روی بازه  $(-\pi, \pi)$  با ضابطه زیر تعریف شده است:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & : -\pi < x < 0 \\ \sin x & : 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

(الف) سری فوریه  $f$  را به دست آورید.

(ب) با استفاده از قسمت (الف)، حاصل سری زیر را به دست آورید:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{1 \times 3} - \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} - \frac{1}{7 \times 9} + \dots$$

سؤال ۲. مسأله اشتورم-لیوویل منظم زیر را روی  $[0, 1]$  در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 \\ y'(0) = 0 \\ y(1) + y'(1) = 0 \end{cases}$$

(الف) مقادیر ویژه و توابع ویژه این مسأله را به دست آورید.

(ب) با استفاده از قسمت (الف)، سری فوریه تعمیم یافته تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x$  را روی  $[0, 1]$  به

دست آورید.

سؤال ۳. فرض کنید  $f$  تابعی است که روی  $\mathbb{R}$  با ضابطه زیر تعریف شده است:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & : |x| \leq 1 \\ 0 & : |x| > 1 \end{cases}$$

(الف) انتگرال فوریه  $f$  را به دست آورید.

(ب) با استفاده از قسمت (الف)، حاصل انتگرال زیر را محاسبه کنید:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin x \cos ax}{x} dx \quad (a \in \mathbb{R})$$

سؤال ۴. جواب صوری مسأله معادلات دیفرانسیل پاره‌ای زیر را به دست آورید.

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} & : 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 \\ u(x, 0) = x - x^2 \end{cases}$$

توزیع نمره. هر سؤال ۲۵ نمره دارد.

مجموع: ۱۰۰ نمره