

امتحان میان ترم معادلات دیفرانسیل - گروه ۳
وقت امتحان: ۲¼ ساعت

۱. جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید. (۲۰ نمره)

$$y' = \frac{t + y + 4}{t - y - 6}$$

۲. جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید. (۲۰ نمره)

$$ty^2 y' + y^3 = t \cos t \quad (t > 0, y > 0)$$

۳. معادله دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید:

$$ty'' - (2t + 1)y' + (t + 1)y = 0$$

میدانیم که یک جواب این معادله تابع $y_1(t) = e^t$ است. با استفاده از روش کاهش مرتبه، یک جواب $y_2(t)$ مستقل خطی نسبت به y_1 بیابید و سپس جواب عمومی معادله را بنویسید. (۱۵ نمره)

۴. معادله دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید:

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^t}{1 + t^2}$$

با استفاده از روش تغییر پارامترها یک جواب خصوصی برای این معادله پیدا کنید و سپس جواب عمومی معادله را بنویسید. (۲۰ نمره)

۵. به کمک روش حدسی، یک جواب خصوصی برای معادله دیفرانسیل زیر بیابید و سپس جواب عمومی معادله را بنویسید. (۱۵ نمره)

$$y'' + 10y' + 25y = 14e^{-5t}$$

۶. معادله دیفرانسیل $y'' + p(t)y' + q(t)y = 0$ را به ازای توابع پیوسته $p(t)$ و $q(t)$ روی $[0, +\infty)$ در نظر بگیرید. فرض کنید برای هر t داریم $p(t) \leq 0$ و هر جواب کران دار $y(t)$ از این معادله در شرط $\lim_{t \rightarrow +\infty} y'(t) = 0$ صدق کند. نشان دهید که این معادله لااقل یک جواب دارد که روی $[0, +\infty)$ کران دار نیست. (۱۰ نمره)

موفق باشید.