

۱- اگر تعداد دفعات مرتب بزناس ...

حل

$$\Delta = 0 \Rightarrow \omega^2 - \varepsilon(214P)(214P) = 0 \Rightarrow P = \frac{25}{214}$$

$$P(X=n) = \left(\frac{\omega}{\varepsilon}\right)^{n-1} \left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = \frac{25}{214} \Rightarrow n = 3$$

گزینه الف صحیح است

(۲) فقط جواب صحیح

۲- متغیر تصادفی دارای تابع چگالی ...

حل

$$E(X) = \frac{1}{2} \text{ و } E(Y) = E(X^2) = \frac{1}{3}$$

$$\sigma_x^2 = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}$$

$$\sigma_y^2 = E(X^4) - (E(X^2))^2 = \frac{1}{5} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\text{Cov}(X, Y) = E(X^3) - E(X)E(X^2) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

$$\rho = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{\sqrt{12}} \times \frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{15}}{4} = 0.968$$

گزینه د صحیح است (۲) فقط جواب صحیح

۳- اگر تابع مولد در X برابر $M(t) = \frac{1}{1-t}$...

حل

$$\text{Var}(X^2 - 1) = \text{Var}(X^2) = E(X^4) - (E(X^2))^2$$

$$M(t) = \frac{1}{1-t} \Rightarrow M'(t) = \frac{1}{(1-t)^2}, M''(t) = \frac{2}{(1-t)^3}, M'''(t) = \frac{6}{(1-t)^4}, M^{(4)}(t) = \frac{24}{(1-t)^5}$$

$$\therefore E(X^4) = M^{(4)}(0) = 24, E(X^2) = M''(0) = 2$$

$$\text{Var}(X^2) = 24 - (2)^2 = 20$$

گزینه ب صحیح است (۲) فقط جواب صحیح

۴ - فرض کنید هر روز قیمت کالا با احتمال $\frac{1}{3}$...

حل

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{216}{27}$$

تقریباً ۸٪ فقط احتمال دارد

۵ - از زمانل محاسبه‌ای با بسوی باریک با متوسط سه سال در وقت ...

حل

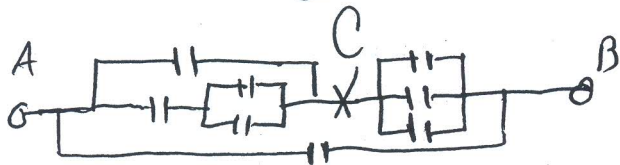
متوسط تعداد سالها در هر یک از ۱۰ ساله برابر $\frac{1}{3}$ است

$$\lambda = 3, t = \frac{10}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \lambda t = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

برای محاسبه احتمال در یک سال در ده ساله ای هیچ سال نباشد و مورد داشته باشد

$$f(0) = e^{-\frac{3}{4}} \left(\frac{1}{4}\right)^0 = e^{-\frac{3}{4}}$$

تقریباً ۴۷٪ فقط احتمال دارد



۶ - احتمال بزرگ‌تر از ارتباط ...

$$P(A \cup C) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{11}{16}$$

$$\frac{11}{16} \times \frac{1}{2} = \frac{11}{32}$$

$$P(C \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$$

$$P(A \cup B) = \frac{11}{32} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{11}{32} = \frac{205}{256}$$

(۲ نفر)

Max

۷- فرض کنید X دارای توزیع پواسون λ باشد
 $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} & x=0,1,2,\dots \\ 0 & \text{وگرنه} \end{cases}$

ج) $E(Y) = E[X] = \int_0^{\infty} [x] f(x) dx = \int_0^1 x \lambda e^{-\lambda x} dx + \int_1^{\infty} x \lambda e^{-\lambda x} dx + \dots$
 (۵/۶۴)
 $= 0 + 1[-e^{-\lambda x}]_1^{\infty} + 2[-e^{-\lambda x}]_1^{\infty} + \dots =$
 $= -e^{-\lambda} + e^{-\lambda} - 2e^{-2\lambda} + 2e^{-2\lambda} + \dots =$
 $= e^{-\lambda} + e^{-2\lambda} + e^{-3\lambda} + \dots = \frac{e^{-\lambda}}{1-e^{-\lambda}} = \frac{1}{e^{-\lambda}-1}$

۸- فرض کنید در تقسیم n گانه اعضای هیئت منتخب

ج) $X =$ تعداد اعضای در هیئت منتخب n گانه تقسیم n گانه
 $P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = \binom{n}{2} P^2 (1-P)^{n-2} + \binom{n}{3} P^3 (1-P)^{n-3} =$
 (۱/۵) $= 3P^2(1-P) + P^3 = 3P^2 - 2P^3$
 (تفاوت قضیه هیئت منتخب است)

(۱/۵) اگر قضیه هیئت منتخب شود
 $3P^2 - 2P^3 > P$

$-2P^2 + 3P - 1 > 0 \Rightarrow 2(1-P)(P - \frac{1}{2}) > 0 \Rightarrow P > \frac{1}{2}$ نتیجه صحیح
 $P < \frac{1}{2}$ نتیجه صحیح
 $P = \frac{1}{2}$ نتیجه صحیح
 (۵/۶۴)

9 - فرضاً لنرجع

(د)
$$P = \frac{\binom{4}{2} \binom{0}{0}}{\binom{12}{2}} + \frac{\binom{0}{2} \binom{4}{0}}{\binom{12}{2}} = \frac{41}{44} \approx 0.93$$

فقد أتت في كل مرة في كل مرة

$$q_p = \frac{48}{44}$$

(ن/ص)

$$\therefore P(X \geq 11) = \sum_{x=11}^{48} \binom{48}{x} \left(\frac{41}{44}\right)^x \left(\frac{48}{44}\right)^{48-x}$$

$$\approx P(Y \geq 11, 0) = P(Z \geq \frac{11 \cdot 48 - 11 \cdot 48}{\sqrt{9,91}}) =$$

$N(11, 48, 9,91)$

$$= P(Z \geq 1,14) = 1 - 0,1255 = 0,8745$$

$$np = 48 \times \frac{41}{44} = 45,45 > 8$$

$$nq = 48 \times \frac{48}{44} > 8$$

(0,8745)

۱۰ - فرض کنید در نهایت از آنجا که ...

(۵) $X =$ تعداد زمین لرزه در سال

$$P(X=0) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^0}{0!} = \frac{1}{e^{\lambda}} = 0.1484 \quad (۵)$$

$$P = 0.1484, \quad q = 0.8516$$

تعداد کل زمین لرزه رخ می دهد در ۵ سال

$$P(Y=3) = \binom{5}{3} (0.1484)^3 (0.8516)^2 \approx (۵)$$

$$\approx P(2.5 \leq T \leq 3.5) = P\left(\frac{2.5 - 4.77}{\sqrt{0.51}} \leq Z \leq \frac{3.5 - 4.77}{\sqrt{0.51}}\right)$$

$N(4.77, 0.51)$ (۱)

$$= P(-1.41 \leq Z \leq -1.31) = 0.1414 - 0.0907 = 0.0507$$

$$\begin{cases} np = 5 \times 0.1484 = 0.742 > 5 \\ nq = 5 \times 0.8516 = 4.258 > 5 \end{cases}$$

$$Var(Y) = 5 \times 0.1484 \times 0.8516 = 0.621$$

(۵)