

به نام خدا
دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده علوم ریاضی

امتحان میان ترم : محاسبات عددی
زمان ۹۰ دقیقه
پاییز ۱۳۹۵
جمع نمرات ۲۵ نمره

توجه : صورت سوالات را با دقت بخوانید و در صورت ابهام فقط در ۱۰ دقیقه اول جلسه
آزمون، سوالات خود را مطرح کنید تا پاسخ داده شود.

مساله ۱: (۵ نمره) فرض کنید x و y و z مطابق زیر در MATLAB نوشته شده اند:

$x = \text{linspace}(0, 2 * \pi, 100);$

$y = \sin(x);$

$z = \exp(-x);$

در محیط MATLAB دستورالعمل‌های جدیدی به دستورالعمل‌های بالا اضافه کنید تا با
استفاده از y و z ، تقریبی از تابع $e^{-x} \sin(x)$ در فاصله $[0, 4\pi]$ رسم شود (بدون آنکه هیچ

محاسبات دیگری از توابع \sin و \exp صورت گیرد).

(راهنمایی: تابع \sin دوره تناوبی 2π دارد و $e^{a+b} = e^a e^b$).

مساله ۲: (۵ نمره) دستگاه ممیز شناور نرمال شده در مبنای ۲ با ۶ رقم مانیتیس و نمای

e ، به طوری که $-10 \leq e \leq 10$ ، را در نظر بگیرید.

(الف) کوچکترین عدد مثبت قابل نمایش چقدر است؟

(ب) در صورتی که دستگاه روش بریدن را به کار برد، روند عدد يك چقدر است؟

(پ) تعداد اعداد قابل نمایش در این دستگاه چقدر است؟

(ت) بزرگترین عدد قابل نمایش در دستگاه چقدر است؟

(ث) فرض کنید 2^k قابل نمایش است. بزرگترین عدد قابل نمایش کوچکتر از 2^k ، چقدر است؟

مساله ۳: (۵ نمره) مقادیر $\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1$ را پیدا کنید به طوری که فرمول زیر برای تخمین $f'(a)$ دارای خطای برشی از مرتبه h^2 باشد (همه عملیات را نشان دهید):

$$\frac{\alpha_1 f(a) + \alpha_2 f(a+h) + \alpha_3 f(a-h)}{h}$$

مساله ۴: (۵ نمره) دورنیایی تکه‌ای خطی پیوسته‌ی تابع $f(x) = \sin(x)$ در بازه $[0, 2]$ روی n فاصله مساوی را در نظر بگیرید.

(الف) با استفاده فرمول خطای درونیایی خطی، کران بالا برای خطای ممکن در سر تا سر بازه را بدست آورید.

(ب) کوچکترین مقدار n را تعیین کنید به طوری که خطای برشی درونیایی در تمام بازه $[0, 2]$ از 10^{-3} بیشتر نباشد.

مساله 5: (۵ نمره) به استقرا ثابت کنید:

$$f[x_1, \dots, x_n, x_{n+1}] = \frac{f^n(x_1)}{n!},$$

وقتی $x_1 = x_2 = \dots = x_n = x_{n+1}$.