بسم تعالی

آزمون پایان ترم آمار و احتمال مهندسی

تاریخ: ۹۵/۱۰/۱۸
مدت: ۲ ساعت

۱- متغیر تصادفی X دارای توزیع پیوسته و صعودی $F(x)$ در فاصله $[a,b]$ است $\left(F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)dx\right)$، اگر $Y=F(x)^2$ باشد، مقدار $Var(Y)$ را بدست آورید.

۲- برای متغیر تصادفی X داریم: $f(x+1)=P*f(x)$، $P<1$، $x=0,1,2,\dots$ تابع احتمال X را برای $X=1,2,4,\dots$ بدست آورید.

۳- فرض کنید X طول عمر یک دستگاه رادیو بر حسب سال باشد که به وسیله شرکتی ضمانت می‌شود و تابع چگالی احتمال آن $f(x)=\frac{1}{15}e^{-\frac{x}{15}}$ برای $x>0$ می‌باشد. احتمال اینکه از ۸۰ دستگاه از این نوع رادیو حداقل ۲۵ دستگاه آن بیش از ۱۵ سال عمر کنند را بدست آورید.

۴- اگر X_iها دو به دو مستقل بوده و دارای واریانس برابر σ^2 باشند ضریب همبستگی $\bar{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ و X_i را بدست آورید $\left(\rho_{X_i,\bar{X}}\right)$

۵- فاصله اطمینان ۹۵ درصد زیر را با استفاده از یک نمونه تصادفی ۲۵ تایی برای میانگین یک جامعه نرمال بدست آورده‌ایم $[۳/۷۵ \text{ و } ۱/۲۵]$ یک فاصله اطمینان ۹۰ درصد برای واریانس این جامعه بسازید.

۶- برای تصمیم‌گیری درباره احداث یک کارخانه شیمیایی از ساکنان یک شهر و حومه آن نظرخواهی می‌شود. در نمونه‌ای ۲۰۰ تایی از ساکنین شهر ۱۲۰ نفر و در نمونه ۵۰۰ تایی از ساکنین حومه شهر ۲۴۰ نفر موافق با احداث کارخانه می‌باشند.

الف) فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای اختلاف نسبت بین موافقان شهر و حومه بدست آورید. ب) آزمون $H_0: P_1=P_2$ را در مقابل $H_1: P_1\neq P_2$ در سطح معنی‌دار ۵ درصد انجام دهید.

۷- نمونه‌هایی از بچه‌های ۶ و ۷ ساله آزمون استعداد تحصیلی داده شده و نتایجی به صورت زیر خلاصه شده است:

(با فرض نرمال بودن نمرات بچه‌های ۶ و ۷ ساله)

۷ ساله: $\bar{X}_1=۴۴$ $S_1^*=۱۳/۲$ $n_1=۱۶$

۶ ساله: $\bar{X}_2=۳۷/۵$ $S_2^*=۱۰/۲$ $n_2=۱۱$

آیا می‌توان ادعا نمود که نتایج از یک جامعه نرمال می‌باشند $(\alpha=۰/۰۵)$

۸- جدول زیر فهرستی از سطح و قیمت فروش ۸ خانه را که در منطقه‌ای فروخته شده است، نشان می‌دهد.

سطح زیربنا X (۱۰ متر مربع)	۱۵	۳۸	۲۳	۱۶	۱۳	۱۶	۲۰	۲۴
قیمت فروش Y (میلیون تومان)	۱۴۵	۲۲۸	۱۸۰	۱۳۰	۱۱۴	۱۶۰	۱۴۲	۲۶۵

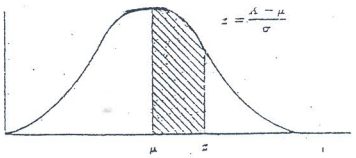
با فرض نرمال بودن X و Y،

الف) آزمون فرضیه $H_0: \rho=0$ در مقابل $H_1: \rho\neq 0$ را در سطح معنی‌دار ۵ درصد انجام دهید.

ب) با استفاده از روش حداقل مربعات $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ را بدست آورید و قیمت را برای بنایی به مساحت ۲۵ تخمین بزنید.

موفق باشید

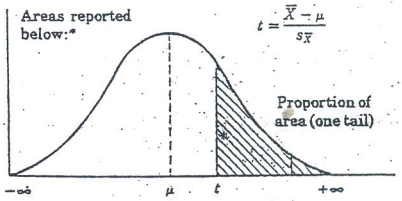
Proportions of Area for the Standard Normal Distribution



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4014
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4983	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987									
3.5	.4997									
4.0	.4999									

*Example: For $z = 1.96$, shaded area is 0.4750 out of the total area of 1.0000.

Proportions of Area for the *t* Distributions



df	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

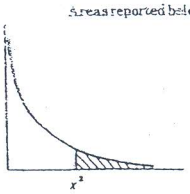
*Example: For the shaded area to represent 0.05 of the total area of 1.0, value of t with 10 degrees of freedom is 1.812.

Source: From Table III of Fisher and Yates, *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research*, 6th ed., 1974, published by Longman Group Ltd., London (previously published by Oliver & Boyd, Edinburgh), by permission of the authors and publishers.

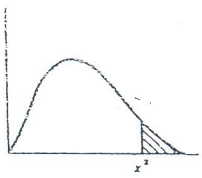
جدول شماره ۳

Proportions of Area for the χ^2 Distributions

Areas reported below:*



For $df = 1, 2$



For $df \geq 3$

	Proportion of area										
df	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.500	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.00004	0.00016	0.00098	0.00393	0.0158	0.455	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	0.211	1.386	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	2.366	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	3.357	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.61	4.251	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.676	0.872	1.24	1.64	2.20	5.35	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.989	1.24	1.69	2.17	2.83	6.35	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	7.34	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	8.34	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	9.34	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	10.34	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	11.34	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	12.34	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	13.34	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	14.34	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	15.34	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	16.34	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	17.34	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	18.34	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	19.34	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	20.34	29.62	32.67	35.48	36.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	21.34	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	22.34	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	23.34	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	24.34	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	25.34	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.83	14.57	16.15	18.11	26.34	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	27.34	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	28.34	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	29.34	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	39.34	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	49.33	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.43	40.48	43.19	46.46	59.33	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	69.33	85.53	90.53	95.02	100.4	104.2
80	51.17	53.54	51.17	60.39	64.28	79.33	98.58	101.9	106.6	112.3	116.3
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	89.33	107.6	113.1	118.1	124.1	128.3
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	99.33	118.5	124.3	129.6	135.8	140.2

*Example: For the shaded area to represent 0.05 of the total area of 1.0 under the density function, the value of χ^2 is 18.31 when $df = 10$.

Source: From Table IV of Fisher and Yates, *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research*, 6th ed., 1974, published by Longman Group Ltd., London (previously published by Oliver & Boyd, Edinburgh), by permission of